

# COMMANDE DES MACHINES ÉLECTRIQUES

## TD 1 : Champ tournant

### 1 Champ tournant, Théorème de Ferraris

On considère la structure de principe d'un stator de machine à courant alternatif triphasé représentée sur la Figure 1.

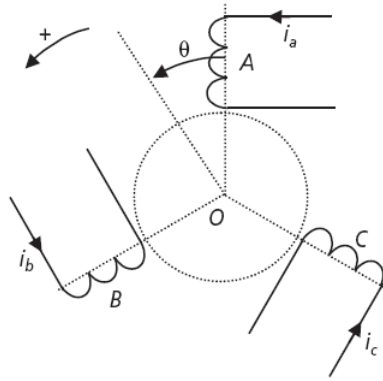


FIGURE 1 –

Les trois bobinages portent les noms conventionnels A, B, C et on s'intéresse à la valeur de l'induction produite en leur centre O lorsqu'ils sont parcourus par les courants suivants :

$$\begin{aligned} i_a &= I\sqrt{2}.\cos(\omega t) \\ i_b &= I\sqrt{2}.\cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ i_c &= I\sqrt{2}.\cos(\omega t - \frac{4\pi}{3}) \end{aligned}$$

On suppose le matériau magnétique sur lequel sont disposés les bobinages linéaire. On suppose également que l'induction magnétique  $B_a(\theta)$  produite au point O par le bobinage A dans la direction d'axe  $\theta$  s'écrit, de façon très simplifiée  $B_a(\theta) = ki_a \cos(\theta)$

1. Écrire les inductions produites au point O par les bobinages B et C :  $B_b(\theta)$  et  $B_c(\theta)$ .
2. Calculer alors l'expression littérale de l'induction  $B(\theta)$  créée au point O par l'ensemble des trois bobinages, toujours dans la direction d'axe  $\theta$ , en fonction de k,  $i_a, i_b, i_c$  et  $\theta$ .
3. Exprimer alors  $B(\theta, t)$  en remplaçant les courants par leurs expressions et en simplifiant au maximum l'écriture obtenue. Décrire alors la direction, la vitesse de rotation et l'amplitude

de cette induction. Énoncer alors le théorème de Ferraris. Que deviennent ces caractéristiques si on inverse les courants  $i_b$  et  $i_c$  ?

4. Quelle est la valeur de la vitesse de rotation  $N$  (tr/min) du champ correspondant à des courants à 50 Hz ?
5. On suppose maintenant qu'un rotor aimanté, d'induction axiale  $B_r$ , présentant deux pôles (Nord et Sud), et tournant à la vitesse  $\Omega$ , est placé au centre de la machine, comme le représente la Figure 2, mais sans modifier la linéarité magnétique de l'ensemble. On appelle  $\psi$  l'angle entre l'axe d'induction maximale du rotor et l'axe d'angle  $\theta$  d'induction maximale du stator.

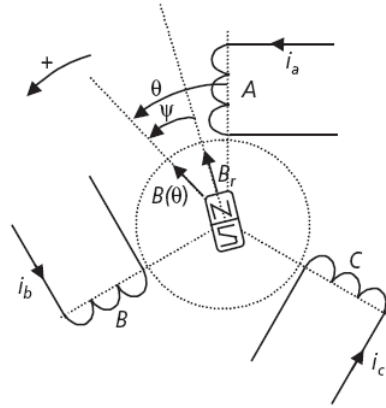


FIGURE 2 –

6. Quelle est l'expression du couple magnétique qui s'applique sur le rotor en fonction de  $B_r$ ,  $B(\theta)$  et  $\psi$  ? Quelle condition sur la vitesse  $\Omega$  permet d'obtenir une valeur moyenne non nulle de ce couple ?
7. Dans ces conditions, quelle est la valeur de l'angle  $\psi$  correspondant à la valeur maximale du couple ? Que se passe-t-il si l'angle  $\psi$  dépasse cette valeur ?
8. Le stator présenté ici comportait une paire de pôles par phase (un Nord un Sud), il est possible de multiplier ce nombre par un facteur  $p$  appelé *nombre de paires de pôles*. Cette opération consiste en des dédoublements et des déphasages géométriques des bobinages de chaque phase. Dans ces conditions l'induction produite par le stator s'écrit :  $B(\theta, t) = \frac{3kI\sqrt{2}}{2} \cos(\omega t - p\theta)$ . Quelle est alors la vitesse de rotation  $N$  (tr/min) du champ tournant en fonction de la fréquence ? Donner les valeurs des vitesses correspondant à  $p = 2$ ,  $p = 3$  et  $p = 4$